

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазинова Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

3-дәріс. Тұрақты токтың сызықтық электр тізбектерін талдау әдістері. Ом және Кирхгоф заңдары

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға электр тізбегін есептеудің негізгі заңдарын — Ом заңы мен Кирхгоф заңдарын, қуаттар теңгерімін және эквиваленттік түрлендіру әдістерін меңгерту; электр тізбегін талдау мен есептеу кезінде осы заңдарды қолдана білуге үйрету.

Жоспар

1. Ом заңы
2. Кирхгоф заңдары
3. Қуаттар теңгерімі
4. Схемалардың эквиваленттік түрленуі

1. Ом заңы

1820-1825 жж. неміс физигі Георг Симон Ом заттарда болатын өткізгіштік құбылыстарын зерттей отырып, ЭТТ негізгі заңдардың бірін қалыптастырды. Осы заң кейінірек оның құрметіне Ом заңы деп аталды. Аталған заң тізбек бөлігінде белгілі потенциалдардың айырмасы бойынша және толық тізбегінде белгілі ЭҚК мәні бойынша токтың кернеуге тәуелділігін көрсетеді. Ом заңының геометриялық түсіндіруі - электр тоғы өткізгішінің ВАС болып табылады.

Заңды жазу үшін U_{ab} кернеудің оң бағыты токтың оң бағытымен сәйкес келеді деп қабылдаймыз. Сол кезде тізбек бөлігі үшін Ом заңы (1, а-сурет):

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}, \quad (1)$$

мұндағы φ_a, φ_b - a және b түйіндерінің потенциалдары. Жалпы түрінде бөлгіште тізбектің қарастырылып отырған бөлігінде барлық кедергілердің қосындысы орын алады.

Сонда **Ом заңының** тұжырымдамасы келесі болады:

Электр тізбектің бөлігіндегі ток күші осы бөліктегі кернеу түсуіне тура пропорционал және осы тізбек бөлігінің кедергісіне кері пропорционал болады.

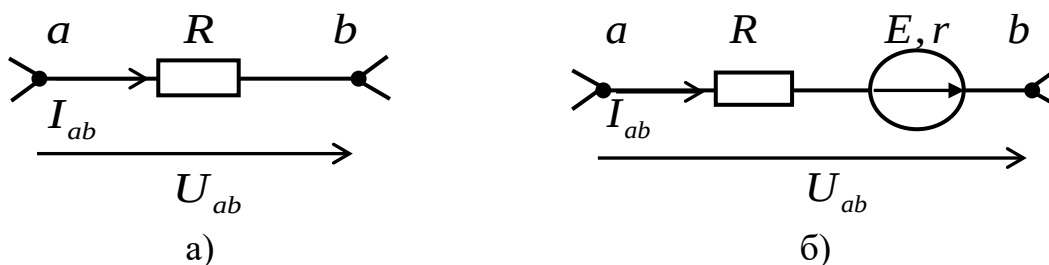
Энергия көзі бар жалпы тізбек үшін (1, б-сурет) Ом заңы келесідей жазылады:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} + E}{R + r} = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R + r}, \quad (2)$$

мұндағы E - ЭҚК көзінің мәні, r - оның ішкі кедергісі. (2) теңдеудің жалпы түрі:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} \pm \sum E}{\sum (R + r)} = \frac{\varphi_a - \varphi_b \pm \sum E}{\sum (R + r)}. \quad (3)$$

Ток бағытына байланысты ЭҚК бағыты « $\pm$ » белгілерден таңдалып көрсетіледі.



1-сурет

2. Кирхгоф заңдары

1845 ж. Густав Роберт Кирхгоф студент бола отырып, жүргізілген тәжірибелердің негізінде ғылыми жұмыс жазды, оның ескертуінде екі заңды қалыптастырды, олар электр тізбектерінің негізгі іргетас заңдары болып қалды.

Екі заң бар: *Кирхгофтың I заңы* – тармақталуларында токтардың теңгерімін, *Кирхгофтың II заңы* - тізбектің тұйықталған бөліктерінде кернеулердің теңгерімін сипаттайды. Бұл заңдарға тұрақты және айнымалы токтар мен кернеулер кезіндегі барлық электр тізбектеріндегі процестер бағынады.

Кирхгофтың I заңы:

1 тұжырымдама: түйінде жинақталатын барлық токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (4)$$

Токтардың таңбалары келесідей таңдап алынады: «+» - егер ток түйінге қарай бағытталған болса, ал «-» - егер ток басқа жаққа бағытталған болса (түйіннен).

2 тұжырымдама: түйінге қарай бағытталған токтардың алгебралық қосындысы түйіннен кері бағытталған токтардың алгебралық қосындысына тең болады.

Кирхгофтың I заңы бойынша $m-1$ теңдеуі құрастырылады, мұнда m - ЭТ түйіндер саны.

Кирхгофтың II заңы:

1 тұжырымдама: тізбектің тұйықталған бөлігінде (контурда) барлық элементтердің кернеу түсуінің алгебралық қосындысы осы тізбек бөлігіндегі (контурда) барлық ЭҚК алгебралық қосындысына тең:

$$\sum_{k,l} I_k R_l = \sum_m E_m. \quad (5)$$

Аталған заң бойынша теңдеуді дұрыс құрастыру үшін контурды айналып өту бағытын талап ету қажет. Осыған байланысты, элементтерге кернеу түскен кезінде таңбалар жазылады: «+» - егер элемент арқылы өтетін токтың бағыты контурды айналып өту бағытына сәйкес келсе және «-» - егер ток кері бағытталса. ЭҚК таңбалары да осыған байланысты болады, бағыттар сәйкес келгенде «+» және қарсы болғанда - «-».

2 тұжырымдама: тізбектің кез-келген тұйықталған бөлігінің (контурдың) потенциалдар айырмасының (кернеулерінің) алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum_k U_k = 0, \quad (6)$$

мұндағы $U = \varphi_2 - \varphi_1$.

Кирхгофтың II заңы бойынша, ЭТ қанша тәуелсіз контур болса, сонша теңдеу құрастырылады: $k = n - m - n_{TK} + 1$, мұнда n - тармақтар саны, m - түйіндер саны, n_{TK} - ток көзін қамтитын тармақтар саны.

3. Қуаттар теңгерімі

Сызықты электр тізбектерін қарастыру кезінде кедергілер бойынша өтетін электр тоғының энергиясы жылуға түрленеді. Энергияның түрлену және сақталу заңы бойынша: көздерінен өндірілген энергия толықтай қабылдағыштармен пайдаланылады.

Осының негізінде әрбір тізбек үшін қуат теңгерімін құрастыруға болады: көздер қуаттарының алгебралық қосындысы жүктемелер қуаттарының арифметикалық қосындысына тең болуы тиіс

$$\sum_{k=1}^n I_k^2 R_k = \sum_{k=1}^m E_k I_k + \sum_{k=1}^l U_{ab} J_k, \quad (7)$$

мұндағы $U_{ab} J_k$ - тізбекке ток көзімен жеткізілетін қуат (a - J_k тоғы ағып кіретін түйін, b - осы ток ағып шығатын түйін).

Егер сол тармақтан өтетін токтың бағыты және ЭҚК көзінің бағыты бір біріне қарама-қарсы болса, онда қуаттар теңгерімінің теңдеуінде осы көзден құралған қуат «минус» белгісімен алынады, кері жағдайда «плюс» белгісі қойылады.

4. Схемалардың эквиваленттік түрленуі

ЭТТ есептерді шешу барысында электр схемаларын жеңілдету қажеттілігі жиі туындайды, яғни ЭТ күрделі бөлігін барынша қарапайым, эквиваленттік бөлігімен алмастыру қажеттілігі туындайды. Электр

схемаларының мұндай эквиваленттік түрленуі эквивалент қазғидасының негізінде жүргізіледі, мұны келесідей анықтамалармен бейнелеуге болады:

- ✓ Тізбектің түрленген бөлігінде ток өзгеріссіз қалады;
- ✓ Тізбектің түрленген бөлігі түрленбеген бөлігімен қосылған түйіндердің потенциалдары өзгеріссіз қалады;
- ✓ Түрленген тізбектің қуаты оның түрленгенге дейінгі тізбек қуатына тең болуы тиіс.

4.1 Тізбектің пассивті элементтерінің түрленуі

Схемаларда ЭТ барлық элементтері бір бірімен өзара тізбектей, параллельді және аралас жалғанады.

Бірнеше элементті **тізбектей жалғау кезінде** бірінші элементтің соңын екіншінің басымен, ал екінші элементтің соңын – үшіншінің басымен және т.б. жалғанады.

Бұл жағдайда барлық элементтер бойынша тек бір ғана ток өтеді.

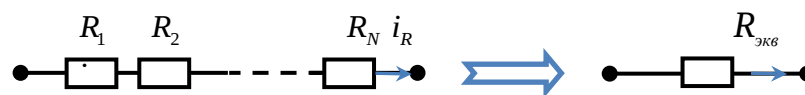
Тізбектің аталған бөлігінде кернеу тізбектей қосылған элементтерден алынған әрбір кернеудің қосындысымен жинақталады. Олардың бірінші параметрі өзгерген жағдайда, тап сол сәтте онымен байланысты басқа элементтердің кернеуінің өзгеруіне жетеледі. Элементтердің бірінде ЭТ ажыратылған немесе үзілген жағдайда, қалғандарының бәрінде ток тоқтайды. Осындай тәуелділіктің нәтижесінде элементтердің мұндай қосылу тәсілі айтарлықтай сирек қолданылады, тек электр қуаты көзінің кернеуі жүктемеде белгіленген номиналды кернеуден жоғары болған кезде ғана қолданылады.

Резисторлар тізбектей жалғанған кезде (2-сурет) эквиваленттік кедергі келесідей анықталады:

$$R_{\text{экв}} = \sum_n^N R_n. \quad (8)$$

Кедергі өткізгіштікпен байланыста болады: $R = \frac{1}{G}$, сонда (8) келесі түрге ие болады

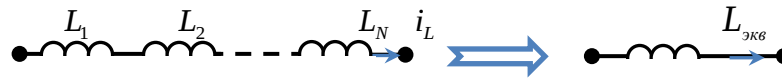
$$\frac{1}{G_{\text{экв}}} = \sum_n^N \frac{1}{G_n}. \quad (9)$$



2-сурет

Индуктивтілік катушкаларын тізбектей жалғау барысында (3-сурет) эквивалентті индуктивтілік келесідей анықталады:

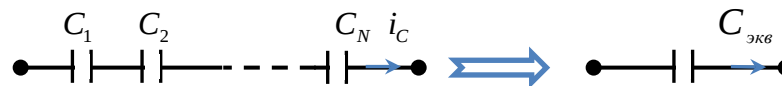
$$L_{\text{экв}} = \sum_n^N L_n. \quad (10)$$



3-сурет

Конденсаторларды тізбектей жалғау барысында (4-сурет) эквивалентті сыйымдылық келесідей анықталады:

$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \sum_n^N \frac{1}{C_n}. \quad (11)$$



4-сурет

Бірнеше элемент параллельді жалғанған кезде олар параллельді тармақтарды қалыптастыра отырып, ЭТ екі түйіннің арасында жалғанады.

Кирхгофтың I заңына сәйкес ЭТ тармақталмаған бөлігінде ток ЭТ тармақталған бөлігіндегі токтың алгебралық қосындысына тең. Теңдеулерді жазу барысында тармақтардағы токтың бағыттарын ескеру қажет.

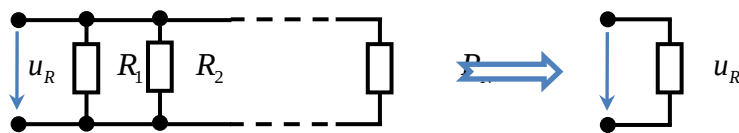
Барлық элементтер тек сол бір ғана кернеуде болады және олардың әрқайсысының жұмыс режимі өзге элементтерге байланысты емес. Яғни, тармақтардың бірінен өтетін ток басқа параллельді тармақтарда орналасқан өзге элементтерге елеулі әсер етпейді. Кез келген элементті өшіру немесе істен шығару барысында қалған элементтер жалғанған болып қалады. Сондықтан тізбектей жалғаудың алдында едәуір басымдылығы бар параллельді жалғанулар кеңінен таралған. Мысалы, белгіленген кернеумен (номиналды) жұмыс атқаруға тағайындалған аспаптар тек параллельді жалғанады.

Резисторларды параллельді жалғау барысында (5-сурет) эквивалентті кедергі келесідей анықталады:

$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \sum_n^N \frac{1}{R_n}. \quad (12)$$

Элементтердің эквивалентті өткізгіштігін табу кезінде (12) формуласы келесідей түрге ие болады

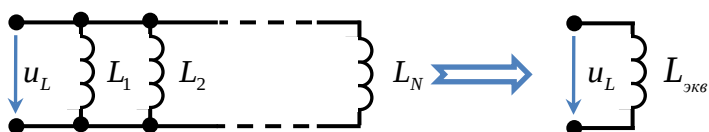
$$G_{\text{экв}} = \sum_n^N G_n. \quad (13)$$



5-сурет

Индуктивтілік катушкаларын параллельді жалғау кезінде (6-сурет) эквивалентті индуктивтілік келесідей анықталады:

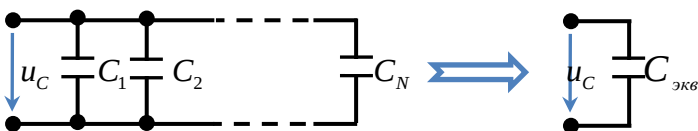
$$\frac{1}{L_{\text{экв}}} = \sum_n^N \frac{1}{L_n}. \quad (14)$$



6-сурет

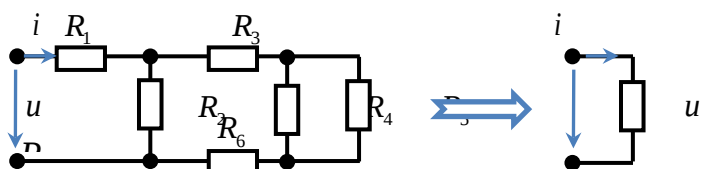
Конденсаторларды параллельді жалғау барысында (7-сурет) эквивалентті сыйымдылық келесідей анықталады:

$$C_{\text{экв}} = \sum_n^N C_n. \quad (15)$$



7-сурет

Элементтердің бір бөлігі тізбектей, ал келесі бөлігі – параллельді жалғанған кезде, жалғанулардың мұндай түрі **аралас жалғану** деп аталады.

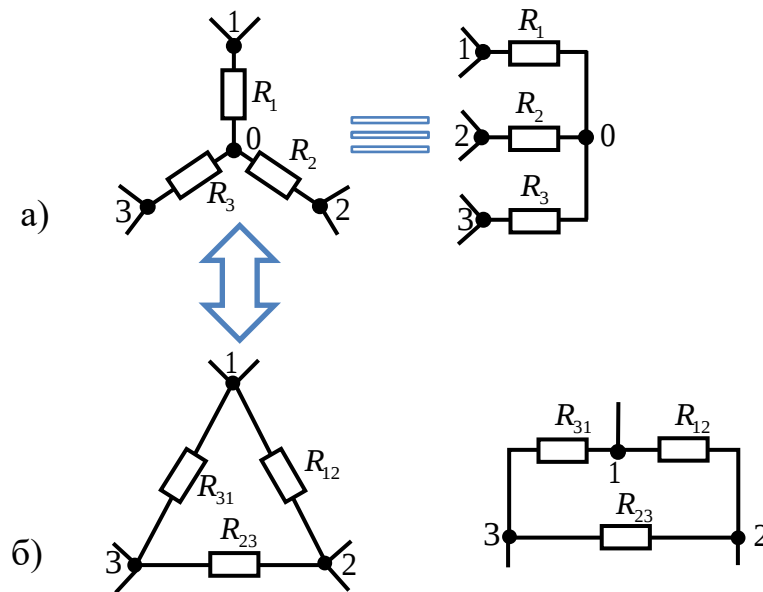


8-сурет

Мысалы, ЭТ үшін эквивалентті кедергі мынадай болады 8-суретте бейнеленген:

$$R_{экв} = R_1 + \frac{\left[\left(\frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_3 + R_6 \right) \cdot R_2 \right]}{\left[\left(\frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_3 + R_6 \right) + R_2 \right]}.$$

Күрделі ЭТ жалғанулардың мұндай түрі «үшбұрыш» және «жұлдыз» тәрізді жиі кездеседі.



9-сурет

«Жұлдыз» тәрізді жалғану – бұл ортақ түйіні бар үш тармақтың жалғануы (9, а-сурет).

«Үшбұрыш» тәрізді жалғану – бұл үшбұрыш үлгісі бар үш тармақтың жалғануы, оның жан-жағы тармақтар, ал шыңы - түйіндер (9, б-сурет).

Схемаларда мұндай жалғанулар орын алған кезде, көбінесе есептеулерді жеңілдету үшін жалғанудың бір түрін өзгеге түрлендіру талап етіледі. Мұндай түрлену кезінде бұл тізбектерде қуаттың және түйіндердің потенциалдары өзгеріссіз қалуы тиіс.

Схеманың «жұлдыз» түрінен «үшбұрыш» түріне айналдыру кезінде:

✓ «үшбұрыш» қабырғасының кедергісі - «жұлдыздың» іргелес сәулелер көбейтіндісінің үшінші сәуленің кедергісіне бөлінген шамасының және олардың кедергілерінің қосындысына тең

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}. \end{aligned} \quad (16)$$

✓ өткізгіштік үшін

$$\begin{aligned} G_{12} &= \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}; \\ G_{23} &= \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}; \\ G_{31} &= \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3}. \end{aligned} \quad (17)$$

Схеманың «үшбұрыштан» «жұлдызға» түрленуі кезінде:

✓ «жұлдыз» сәулесінің кедергісі - «үшбұрыштың» үш қабырға кедергісінің қосындысына бөлінген «үшбұрыштың» іргелес қабырғалар кедергілерінің көбейтіндісіне тең

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \\ R_2 &= \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \\ R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \end{aligned} \quad (18)$$

✓ өткізгіштік үшін

$$\begin{aligned} G_1 &= G_{12} + G_{31} + \frac{G_{12} G_{31}}{G_{23}}; \\ G_2 &= G_{12} + G_{23} + \frac{G_{12} G_{23}}{G_{31}}; \\ G_3 &= G_{23} + G_{31} + \frac{G_{23} G_{31}}{G_{12}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Соның ішінде, егер $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$ және $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta$ болса, онда (16) және (18) теңдеулері келесідей жазылады:

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta, \quad (20)$$

$$R_\Delta = 3R_Y. \quad (21)$$

4.2 Тізбектің активті элементтерінің түрленуі

10-суретте ұсынылған тізбектерді қарастырамыз.

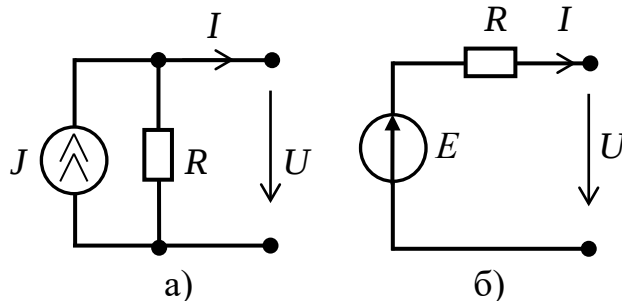
Резистордың және кернеу көзінің жалғануымен қалыптасқан жүйелі тізбек үшін келесі теңдік алынады

$$U + IR = E,$$

онда

$$I = -\frac{U}{R} + \frac{E}{R} = -\frac{U}{R} + J_\vartheta.$$

Аталған теңдікке ток көзінің $J_{\text{э}} = E/R$ және R резистордың кедергісін параллельді жалғау арқылы 10, б-суреттегі тізбек сәйкес келеді. Себебі схемалардың сыртқы ұштарында ток пен кернеу бірдей, олар эквивалентті. Сонымен қатар, ток көзінің кернеудің эквивалентті көзіне кері түрлендіруі мүмкін, яғни $E_{\text{э}} = JR$.



10-сурет

Бақылау сұрақтары

1. Әртүрлі тізбектің бөлігіне арналған Ом заңын түсіндіріп беріңіз.
2. Кирхгоф заңдарының тұжырымдамаларын айтып беріңіз.
3. Қуаттар теңгерімі туралы айтып беріңіз.
4. Схемалардың эквивалентті түрлену қағидаларын түсіндіріп беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазинова, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.
2. Н.Ш. Алимгазинова, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.
3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов.–8-е изд., перераб. –М., 2020 -528 с.
4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. –7-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 2015. –528 с.